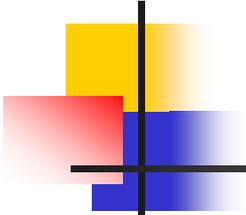


Optical Flow на GPU

Илья Цветков

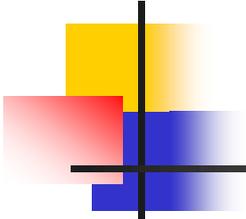
Video Group

CS MSU Graphics & Media Lab



Содержание

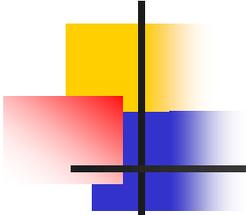
- Введение
- Gradient-based методы
 - Глобальная модель Horn & Schunck
 - Локальная модель Lucas & Kanade
- Energy-based метод
- Phase-based метод



Optical flow

Optical flow — векторное поле, определяющее скорость движения каждой точки изображения

- Задача компьютерного зрения
- Первые публикации — 1980 г.
- Возможные применения:
 - Сегментация
 - Изменение частоты кадров видео
 - Точная компенсация движения



Содержание

- Введение
- **Gradient-based методы**
 - Глобальная модель Horn & Schunck
 - Локальная модель Lucas & Kanade
- Energy-based метод
- Phase-based метод

Градиентные методы

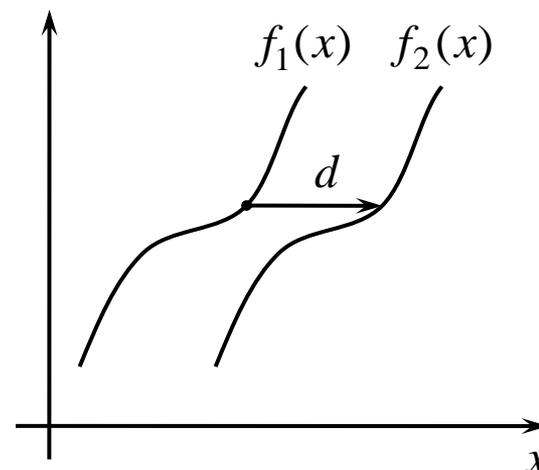
$f_1(x), f_2(x)$ — одномерные сигналы в различные моменты времени

$$f_2(x) = f_1(x - d)$$

$$f_1(x - d) = f_1(x) - df_1'(x) + O(d^2)$$

$$f_1(x) - f_2(x) = df_1'(x) + O(d^2)$$

$$\tilde{d} = \frac{f_1(x) - f_2(x)}{f_1'(x)}$$



Optical flow estimation. D. J. Fleet, Y. Weiss.

The Handbook in Mathematical models for Computer Vision.

N. Paragios, Y. Chen, and O. Faugeras, Springer, 2005

Градиентные методы

$I(\mathbf{x}, t)$ — яркость изображения в точке $\mathbf{x} = (x, y)$ в момент времени t

$$I(\mathbf{x}, t) = I(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}, t + \delta t) \quad \delta\mathbf{x} = (\delta x, \delta y)$$

$$I(\mathbf{x}, t) = I(\mathbf{x}, t) + \nabla I \cdot \delta\mathbf{x} + I_t \delta t + O(\delta x^2 + \delta y^2 + \delta t^2) \quad \nabla I = (I_x, I_y)$$

$$\nabla I \cdot \mathbf{v} + I_t = 0 \quad \mathbf{v} = \frac{\delta\mathbf{x}}{\delta t} = (u, v)$$

Условие optical flow (optical flow constraint, gradient constraint equation):

$$\nabla I(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) + I_t(\mathbf{x}, t) = 0$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = (u(\mathbf{x}, t), v(\mathbf{x}, t))$$

Optical flow estimation. D. J. Fleet, Y. Weiss.

The Handbook in Mathematical models for Computer Vision.

N. Paragios, Y. Chen, and O. Faugeras, Springer, 2005

Альтернативная постановка

$\mathbf{x}(t)$ — траектория движения точек изображения

$$I(\mathbf{x}(t), t) = \text{const}$$

$$\frac{d}{dt} I(\mathbf{x}(t), t) = 0$$

$$0 = \frac{d}{dt} I(\mathbf{x}(t), t) = \frac{\partial I}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial I}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial I}{\partial t} = \nabla I \cdot \mathbf{v} + I_t$$

В итоге получаем условие optical flow:

$$\nabla I(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) + I_t(\mathbf{x}, t) = 0$$

Optical flow estimation. D. J. Fleet, Y. Weiss.

The Handbook in Mathematical models for Computer Vision.

N. Paragios, Y. Chen, and O. Faugeras, Springer, 2005

Aperture problem

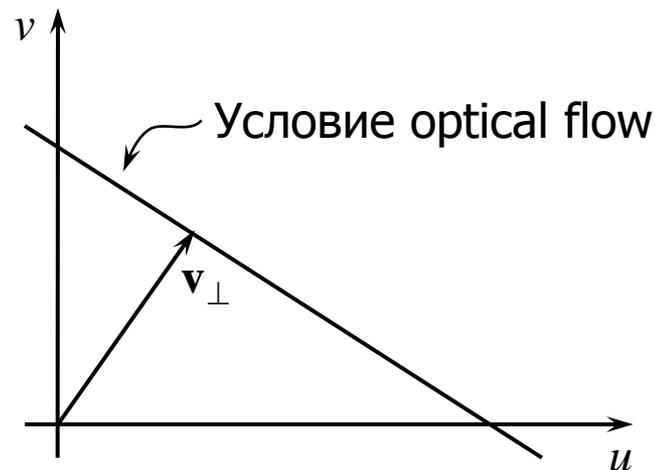
$$\nabla I(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) + I_t(\mathbf{x}, t) = 0$$

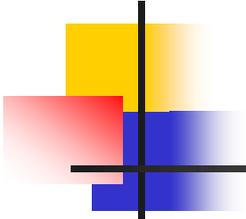
$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = (u(\mathbf{x}, t), v(\mathbf{x}, t))$$

Условие optical flow не является корректно поставленной задачей.

\mathbf{v}_\perp — проекция \mathbf{v} на вектор ∇I

$$\mathbf{v}_\perp = \frac{-I_t}{|\nabla I|} \frac{\nabla I}{|\nabla I|}$$





Ограничения модели

Модель:

$$I(\mathbf{x}, t) = I(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}, t + \delta t)$$

Сложности:

- Наложения
- Прозрачность, тени
- Отражения, блики

Сравнение optical flow

$$\mathbf{v} = (u, v) \rightarrow \vec{\mathbf{v}} = \frac{1}{\sqrt{u^2 + v^2 + 1}} (u, v, 1)$$

Угловая ошибка (angular error) между векторами $\vec{\mathbf{v}}_c$ и $\vec{\mathbf{v}}_e$:

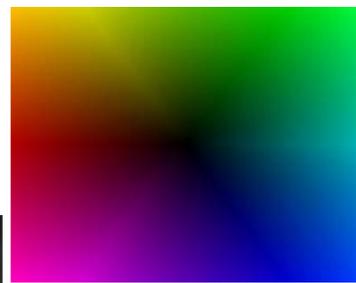
$$\psi_E = \arccos(\vec{\mathbf{v}}_c \cdot \vec{\mathbf{v}}_e)$$

Средняя угловая ошибка (average angular error, AAE):

$$AAE = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{\Omega} \psi_E$$

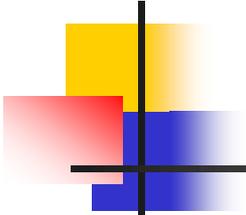
Ground truth и визуализация

Последовательность Yosemite



Ground truth





Содержание

- Введение
- Gradient-based методы
 - **Глобальная модель Horn & Schunck**
 - Локальная модель Lucas & Kanade
- Energy-based метод
- Phase-based метод

Horn & Schunck

Цель — минимизация ошибки:

$$E(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} \left[\underbrace{(\nabla I \cdot \mathbf{v} + I_t)^2}_{\text{Условие optical flow}} + \alpha^2 \left(\underbrace{\|\nabla u\|_2^2 + \|\nabla v\|_2^2}_{\text{Условие гладкости}} \right) \right] d\mathbf{x}$$

α — параметр модели

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = (u(\mathbf{x}), v(\mathbf{x}))$$

$$\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\nabla v = \left(\frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

Сводим к системе дифференциальных уравнений:

$$I_x^2 u + I_x I_y v = \alpha^2 \nabla^2 u - I_x I_t$$

$$I_y^2 v + I_x I_y u = \alpha^2 \nabla^2 v - I_y I_t$$

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$\nabla^2 v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$$

Horn & Schunck

$\nabla^2 a \approx \bar{a} - a$, где \bar{a} — результат свёртки с ядром

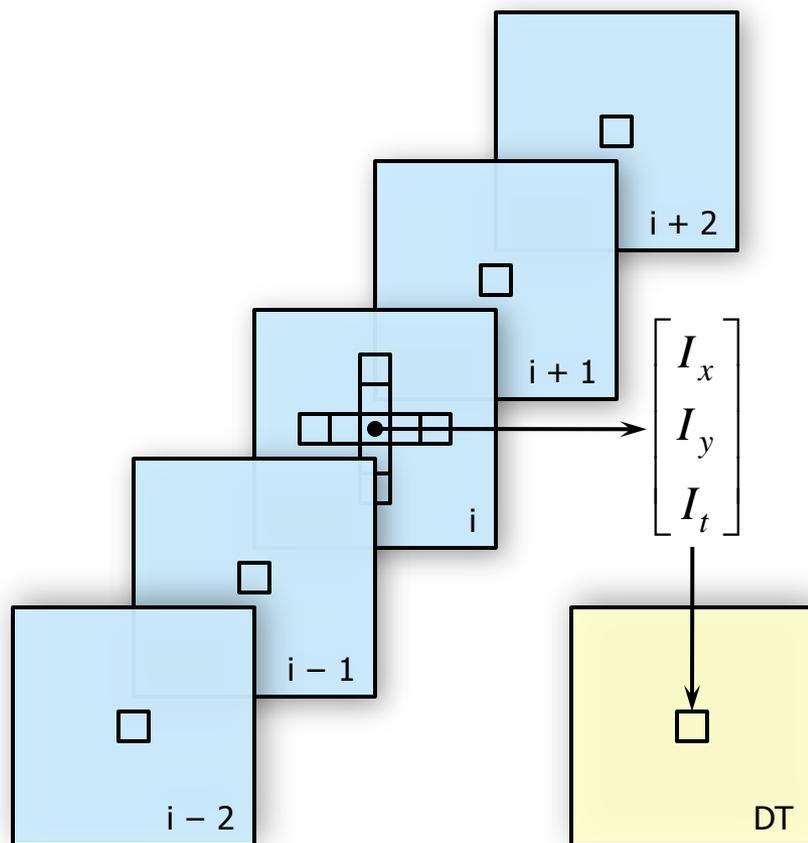
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$
$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

$$(\alpha^2 + I_x^2)u + I_x I_y v = (\alpha^2 \bar{u} - I_x I_t) \quad (\alpha^2 + I_y^2)v + I_x I_y u = (\alpha^2 \bar{v} - I_y I_t)$$

Полученная СЛАУ решается итерационным методом:

$$u_{n+1} = \frac{\bar{u}_n - I_x \cdot (I_x \bar{u}_n + I_y \bar{v}_n + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad v_{n+1} = \frac{\bar{v}_n - I_y \cdot (I_x \bar{u}_n + I_y \bar{v}_n + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2}$$

Реализация на GPU



$$v_{n+1} = \frac{\bar{v}_n - I_y \cdot (I_x \bar{u}_n + I_y \bar{v}_n + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2}$$

$$u_{n+1} = \frac{\bar{u}_n - I_x \cdot (I_x \bar{u}_n + I_y \bar{v}_n + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2}$$

Производные вычисляются применением фильтра:

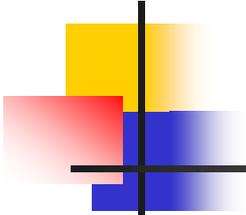
$$\frac{1}{12} \begin{bmatrix} -1 & 8 & 0 & -8 & 1 \end{bmatrix}$$

Реализация на GPU

$$u_{n+1} = \frac{\bar{u}_n - I_x \cdot (I_x \bar{u}_n + I_y \bar{v}_n + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2} \quad v_{n+1} = \frac{\bar{v}_n - I_y \cdot (I_x \bar{u}_n + I_y \bar{v}_n + I_t)}{\alpha^2 + I_x^2 + I_y^2}$$

Вычисление на GPU одной итерации:

$$\begin{bmatrix} u_{k+1} \\ v_{k+1} \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \bar{u}_k \\ \bar{v}_k \\ 1 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} \bar{u}_k & \bar{v}_k & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_t \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_t \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} I_x & I_y & \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ \alpha \end{bmatrix}}$$



Содержание

- Введение
- Gradient-based методы
 - Глобальная модель Horn & Schunck
 - **Локальная модель Lucas & Kanade**
- Energy-based метод
- Phase-based метод

Lucas & Kanade

Цель — минимизация ошибки:

$$E(\mathbf{v}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} w(\mathbf{x}) [\nabla I(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v} + I_t(\mathbf{x}, t)]^2$$

$w(\mathbf{x}) \geq 0$, $\mathbf{x} \in \Omega$ — весовая функция

Точка минимума — критическая точка:

$$\frac{\partial E(u, v)}{\partial u} = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} w(\mathbf{x}) (u I_x^2 + v I_x I_y + I_x I_t) = 0$$

$$\frac{\partial E(u, v)}{\partial v} = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} w(\mathbf{x}) (v I_y^2 + u I_x I_y + I_y I_t) = 0$$

Lucas & Kanade

$$\frac{\partial E(u, v)}{\partial u} = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} w(\mathbf{x}) (u I_x^2 + v I_x I_y + I_x I_t) = 0$$

$$\frac{\partial E(u, v)}{\partial v} = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} w(\mathbf{x}) (v I_y^2 + u I_x I_y + I_y I_t) = 0$$

В матричном виде:

$$\mathbf{M}\mathbf{v} = \mathbf{b}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sum w I_x^2 & \sum w I_x I_y \\ \sum w I_y I_x & \sum w I_y^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = - \begin{bmatrix} \sum w I_x I_t \\ \sum w I_y I_t \end{bmatrix}$$

Для каждой точки изображения находим вектор скорости:

$$\mathbf{v} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{b}$$

Реализация на GPU

- Формат текстур:

$$(I_x^2, I_x I_y, I_y^2)$$

$$(I_x I_t, I_y I_t)$$

- Элементы \mathbf{M} и \mathbf{b} вычисляются применением фильтра с ядром $w(\mathbf{x})$: $\frac{1}{16}(1, 4, 6, 4, 1)$

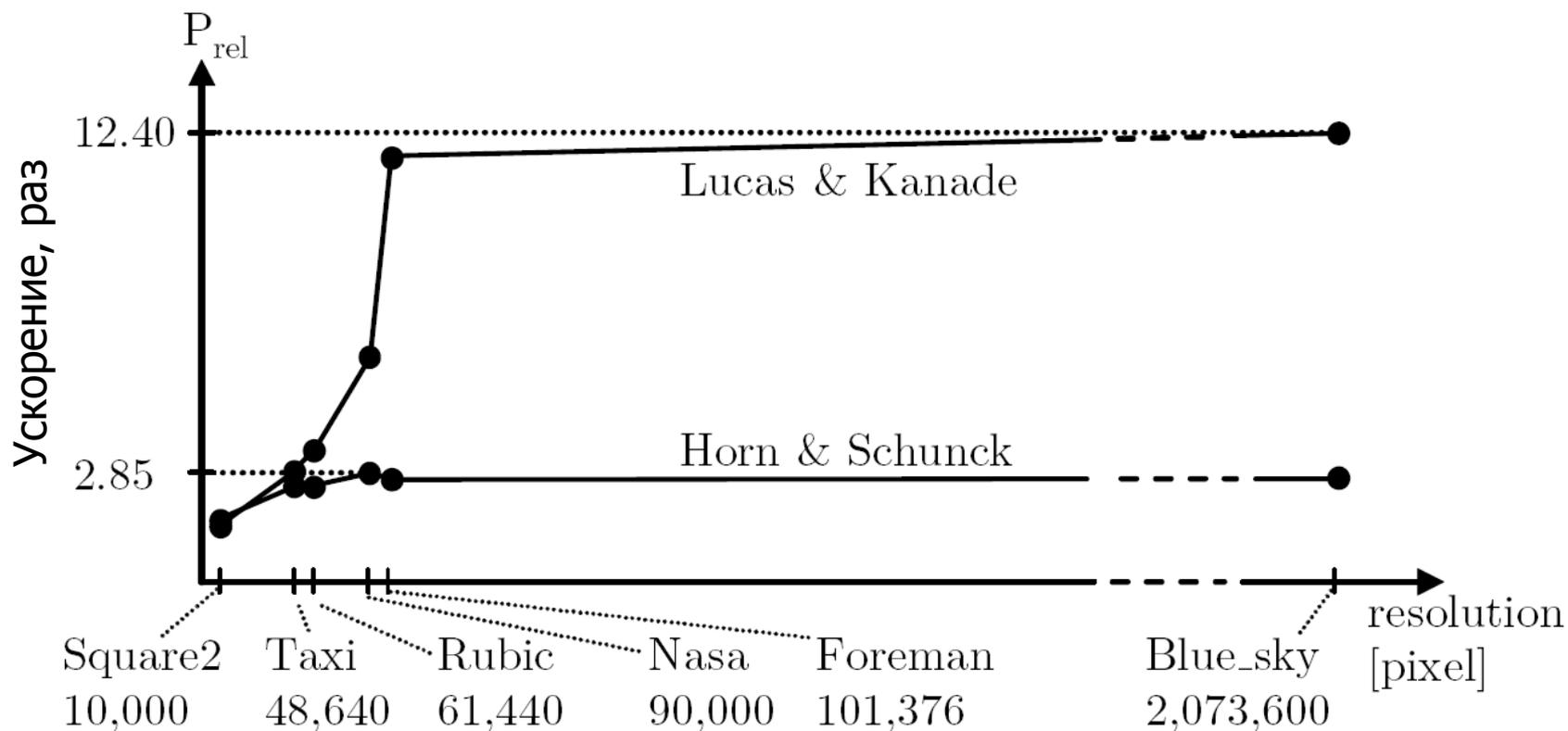
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sum w I_x^2 & \sum w I_x I_y \\ \sum w I_y I_x & \sum w I_y^2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = - \begin{bmatrix} \sum w I_x I_t \\ \sum w I_y I_t \end{bmatrix}$$

- Вычисление optical flow:

$$\mathbf{v} = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{b}$$

Результаты

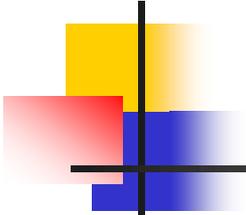
Athlon64 3500+, 512 kB Cache, 2 GB RAM vs. GeForce 6800 Ultra



Performance of Optical Flow Techniques on Graphics Hardware.

M. Durkovic, M. Zwick, F. Obermeier, K. Diepold.

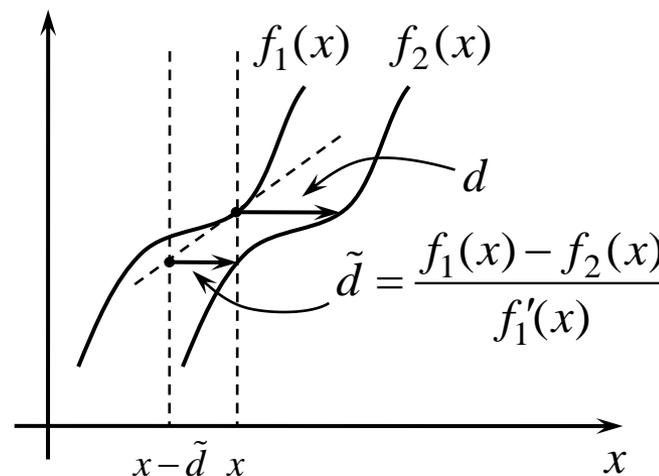
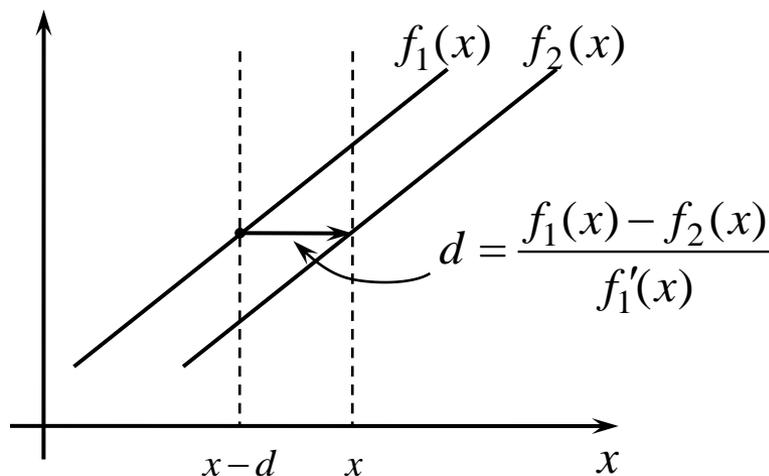
IEEE International Conference on Multimedia and Expo, 2006



Градиентные методы

- Достоинства
 - Простота
 - Высокая скорость работы
- Недостатки
 - Низкая точность

Уточнение метода



$$|\tilde{d} - d| \leq \frac{d^2 |f_1''(x)|}{2|f_1'(x)|} + O(d^3)$$

$f_1(x-d)$ — деформированный сигнал

Уточнение метода

v^0 — приближение, полученное на первом шаге $\mathbf{v} = \mathbf{v}^0 + \delta \mathbf{v}^0$

$$I^0(\mathbf{x}, t + \delta t) = I(\mathbf{x} + \mathbf{v}^0 \delta t, t + \delta t)$$

$$I(\mathbf{x}, t) \equiv I^0(\mathbf{x}, t) = I^0(\mathbf{x} + \delta \mathbf{v}^0, t + 1) \equiv I(\mathbf{x} + \mathbf{v}^0 + \delta \mathbf{v}^0, t + 1)$$

$$\delta \tilde{\mathbf{v}}^0 = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{b}^0$$

$$\mathbf{v}^1 = \mathbf{v}^0 + \delta \tilde{\mathbf{v}}^0 \text{ и т. д.}$$

Итеративное приближение к точному решению:

$$\delta \tilde{\mathbf{v}}^j = \arg \min E^j(\delta \tilde{\mathbf{v}})$$

$$E^j(\delta \mathbf{v}) = \sum_{x \in \Omega} w(\mathbf{x}) \left[\nabla I^j(\mathbf{x}, t) \cdot \delta \mathbf{v} + I_t^j(\mathbf{x}, t) \right]^2$$

Coarse-To-Fine Refinement

Сильное движение не может быть верно определено с использованием рассмотренных методов.

$$I^0(\mathbf{x}, t) = I(\mathbf{x}, t)$$

$$I^{k+1}(\mathbf{x}) = \left(S(g \cdot I^k) \right)(\mathbf{x})$$

S — оператор прореживания

g — фильтр Гаусса

$$E^k(\mathbf{v}) = \sum_{x \in \Omega} w(\mathbf{x}) \left[\nabla I^k(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v} + I_t^k(\mathbf{x}, t) \right]^2$$

$$k = \overline{n, 0}$$

Optical flow estimation. D. J. Fleet, Y. Weiss.

The Handbook in Mathematical models for Computer Vision.

N. Paragios, Y. Chen, and O. Faugeras, Springer, 2005

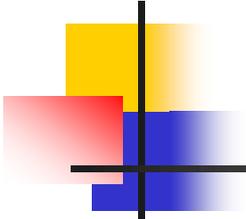
Robust estimator

$$E(\mathbf{v}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} w(\mathbf{x}) [\nabla I(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v} + I_t(\mathbf{x}, t)]^2 \quad \text{— least-squares (LS) estimator}$$

$$e(\mathbf{x}) = \nabla I(\mathbf{x}, t) \cdot \mathbf{v} + I_t(\mathbf{x}, t)$$

$$E(\mathbf{v}) = \sum_{\mathbf{x} \in \Omega} w(\mathbf{x}) \rho(e(\mathbf{x}), \sigma)$$

Например, $\rho(e, \sigma) = \frac{e^2}{e^2 + \sigma^2}$



Содержание

- Введение
- Gradient-based методы
 - Глобальная модель Horn & Schunck
 - Локальная модель Lucas & Kanade
- **Energy-based метод**
- Phase-based метод

Energy-based метод

Цель — минимизация энергии:

$$E(\mathbf{u}) = E_{D_1}(\mathbf{u}) + \alpha E_{D_2}(\mathbf{u}) + \beta E_S(\mathbf{u})$$

$$\alpha, \beta \geq 0$$

$$E_{D_1}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \rho\left(|I(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - I(\mathbf{x})|^2\right) d\mathbf{x}$$

$$\rho(s^2) = \sqrt{s^2 + \sigma^2}$$

$$E_{D_2}(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \rho\left(|\nabla I(\mathbf{x} + \mathbf{u}) - \nabla I(\mathbf{x})|^2\right) d\mathbf{x}$$

$$E_S(\mathbf{u}) = \int_{\Omega} \rho\left(|\nabla u|^2 + |\nabla v|^2\right) d\mathbf{x}$$

σ — регуляризационный параметр

Численное решение

СЛАУ для u_i, v_i :

$$0 = \Psi_{D_1 i} (\mathbf{S}_{11i} \delta u_i + \mathbf{S}_{12i} \delta v_i + \mathbf{S}_{13i}) + \alpha \Psi_{D_2 i} (\mathbf{T}_{11i} \delta u_i + \mathbf{T}_{12i} \delta v_i + \mathbf{T}_{13i}) - \beta \sum_{j \in \Omega(i)} \frac{\Psi_{S i} + \Psi_{S j}}{2} \frac{u_j + \delta u_j - u_i - \delta u_i}{h^2}$$

$$0 = \Psi_{D_1 i} (\mathbf{S}_{21i} \delta u_i + \mathbf{S}_{22i} \delta v_i + \mathbf{S}_{23i}) + \alpha \Psi_{D_2 i} (\mathbf{T}_{21i} \delta u_i + \mathbf{T}_{22i} \delta v_i + \mathbf{T}_{23i}) - \beta \sum_{j \in \Omega(i)} \frac{\Psi_{S i} + \Psi_{S j}}{2} \frac{v_j + \delta v_j - v_i - \delta v_i}{h^2}$$

$\Omega(i)$ — множество пространственных соседей точки i

$$\Psi_{D_1} = \Psi((\delta u, \delta v, 1)^T \mathbf{S}(\delta u, \delta v, 1))$$

$$\Psi_{D_2} = \Psi((\delta u, \delta v, 1)^T \mathbf{T}(\delta u, \delta v, 1))$$

$$\Psi_S = \Psi(|\nabla(u + \delta u)|^2 + |\nabla(v + \delta v)|^2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \mathbf{I}_{\nabla} \mathbf{I}_{\nabla}^T \\ \mathbf{T} &= \mathbf{I}_{\nabla x} \mathbf{I}_{\nabla x}^T + \mathbf{I}_{\nabla y} \mathbf{I}_{\nabla y}^T \\ \mathbf{I}_{\nabla x} &= (I_{xx}, I_{yx}, I_{zx})^T \\ \mathbf{I}_{\nabla y} &= (I_{xy}, I_{yy}, I_{zy})^T \\ \mathbf{I}_{\nabla} &= (I_x, I_y, I_z)^T \\ I_z &= I(\mathbf{x} + \mathbf{v}) - I(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

Итерационное решение

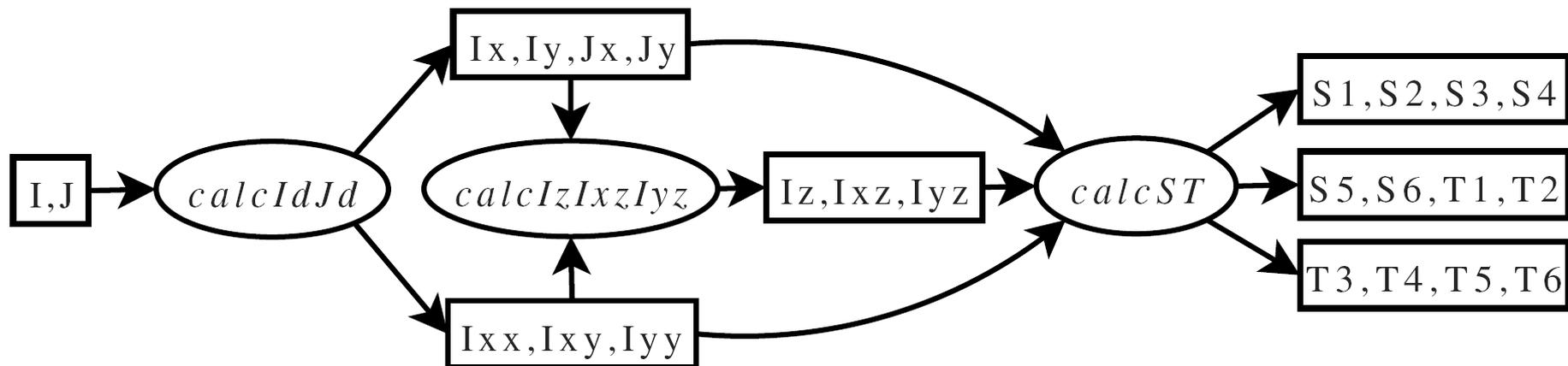
$$\begin{pmatrix} \delta u^{n+1} \\ \delta v^{n+1} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} \delta u^n \\ \delta v^n \end{pmatrix} + \frac{2}{3} (\mathbf{M}^n)^{-1} \begin{pmatrix} r_u^n \\ r_v^n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}^n = \begin{bmatrix} \Psi_{D_1 i}^n \mathbf{S}_{11i}^n + \alpha \Psi_{D_2 i}^n \mathbf{T}_{11i}^n + \beta \sum_{j \in \Omega(i)} \frac{\Psi_{S i}^n + \Psi_{S j}^n}{2h^2} & \Psi_{D_1 i}^n \mathbf{S}_{12i}^n + \alpha \Psi_{D_2 i}^n \mathbf{T}_{12i}^n \\ \Psi_{D_1 i}^n \mathbf{S}_{12i}^n + \alpha \Psi_{D_2 i}^n \mathbf{T}_{12i}^n & \Psi_{D_1 i}^n \mathbf{S}_{22i}^n + \alpha \Psi_{D_2 i}^n \mathbf{T}_{22i}^n + \beta \sum_{j \in \Omega(i)} \frac{\Psi_{S i}^n + \Psi_{S j}^n}{2h^2} \end{bmatrix}$$

$$r_u^n = -\Psi_{D_1 i}^n \mathbf{S}_{13i}^n + \alpha \Psi_{D_2 i}^n \mathbf{T}_{13i}^n + \beta \sum_{j \in \Omega(i)} \frac{\Psi_{S i}^n + \Psi_{S j}^n}{2} \frac{u_j + \delta u_j^n - u_i}{h^2}$$

$$r_v^n = -\Psi_{D_1 i}^n \mathbf{S}_{23i}^n + \alpha \Psi_{D_2 i}^n \mathbf{T}_{23i}^n + \beta \sum_{j \in \Omega(i)} \frac{\Psi_{S i}^n + \Psi_{S j}^n}{2} \frac{v_j + \delta v_j^n - v_i}{h^2}$$

Реализация на GPU

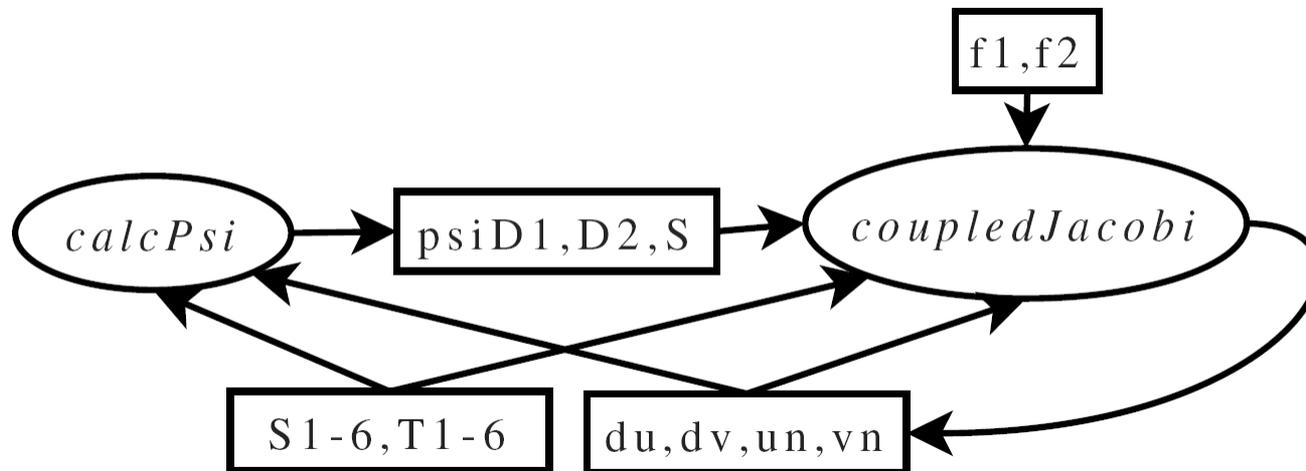


- *calcIdJd* — вычисление пространственных производных
- *calcIzIxzIyz* — вычисление производных по времени
- *calcST* — вычисление тензоров S и T:

$$\mathbf{S} = \mathbf{I}_{\nabla} \mathbf{I}_{\nabla}^T$$

$$\mathbf{T} = \mathbf{I}_{\nabla x} \mathbf{I}_{\nabla x}^T + \mathbf{I}_{\nabla y} \mathbf{I}_{\nabla y}^T$$

Реализация на GPU



$$vn = v + \delta v$$

$$un = u + \delta u$$

- *calcPsi* — предварительные вычисления
- *coupledJacobi* — вычисление одной итерации

Результаты

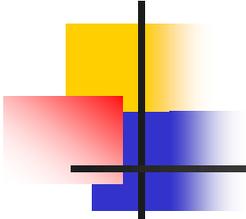
Method	AAE	STD
Horn-Schunck, mod. [2]	9.78	16.19
Uras et al. [2]	8.94	15.61
Alvarez et al. [1]	5.53	7.40
Mémin-Pérez [14]	4.69	6.89
GPU-RT	3.48	7.75
GPU	2.65	7.12
Brox et al. [6]	2.46	7.31
Bruhn et al. [8]	2.42	6.70

- Последовательность Yosemite
- GPU и GPU-RT — предложенный метод, в GPU-RT применяется меньше итераций

Результаты

Resolution (pixels)	Time (ms)	FPS
255^2	33.192	30.128
511^2	57.409	17.419
1023^2	206.107	4.852

- Производительность реализации GPU-RT
- GeForce 8800 GTX



Содержание

- Введение
- Gradient-based методы
 - Глобальная модель Horn & Schunck
 - Локальная модель Lucas & Kanade
- Energy-based метод
- **Phase-based метод**

Phase-based метод

Основная идея — применить предварительную фильтрацию изображений.

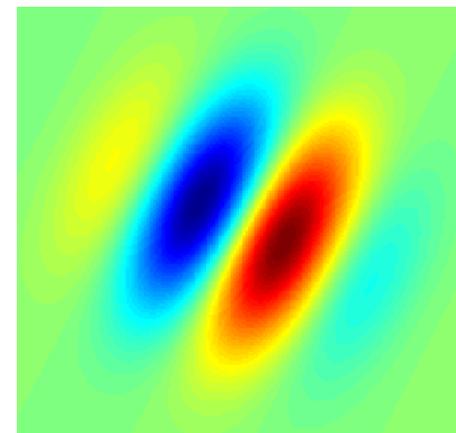
$$(I \cdot F)(\mathbf{x}, t) = (I \cdot F)(\mathbf{x} + \mathbf{v}\delta t, t + \delta t)$$

Используется фильтр Габора:

$$\mathbf{x} = (x, y)^T$$

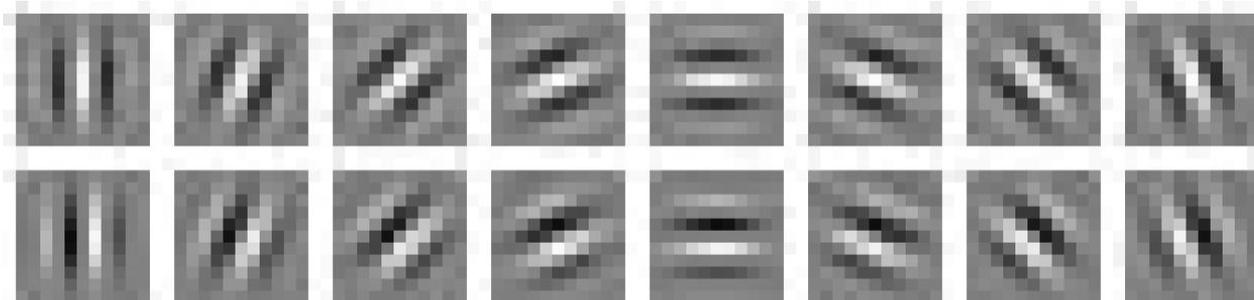
$$G(\mathbf{x}, \mathbf{f}_\theta) = e^{-\frac{\|\mathbf{x}\|^2}{\sigma^2}} e^{i\mathbf{x} \cdot (2\pi\mathbf{f}_\theta)}$$

$$\mathbf{f}_\theta = (f_{x\theta}, f_{y\theta})^T \text{ — частота фильтра}$$



Фильтрация

- Проводится в различных направлениях:



- Используется приближение фильтров на основе одномерных свёрток:

$$24 \times \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$$

Фильтрация

$R(\mathbf{x})$ — отфильтрованное изображение

$$R(\mathbf{x}) = (I \cdot G)(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})e^{i\phi(\mathbf{x})}$$

$$\rho(\mathbf{x}) = \sqrt{\operatorname{Re}(R(\mathbf{x}))^2 + \operatorname{Im}(R(\mathbf{x}))^2} \quad \text{— амплитуда}$$

$$\phi(\mathbf{x}) = \arctan\left(\frac{\operatorname{Im}(R(\mathbf{x}))}{\operatorname{Re}(R(\mathbf{x}))}\right) \quad \text{— фаза}$$

Phase gradient constraint:

$$\nabla\phi \cdot \mathbf{v} + \psi = 0$$

\mathbf{v}_\perp — проекция \mathbf{v} на $\nabla\phi$

$$\mathbf{v}_\perp = \frac{-\psi}{|\nabla\phi|} \frac{\nabla\phi}{|\nabla\phi|}$$

$$\mathbf{v} = (u, v)$$

$$\nabla\phi = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^T$$

$$\psi = \frac{\partial\phi}{\partial t}$$

Вычисление optical flow

$$\nabla \phi_\theta = 2\pi \mathbf{f}_\theta$$

$$\mathbf{v}_{\perp\theta}(\mathbf{x}) = \frac{\psi_\theta(\mathbf{x}) \mathbf{f}_\theta}{2\pi |\mathbf{f}_\theta| |\mathbf{f}_\theta|}$$

$$|\mathbf{v}_{\perp\theta}(\mathbf{x})| = \frac{\mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_{\perp\theta}(\mathbf{x})}{|\mathbf{v}_{\perp\theta}(\mathbf{x})|}$$

Цель — минимизация:

$$E(\mathbf{v}(\mathbf{x})) = \sum_{\theta \in O(\mathbf{x})} \left(|\mathbf{v}_{\perp\theta}(\mathbf{x})| - \frac{\mathbf{v}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{v}_{\perp\theta}(\mathbf{x})}{|\mathbf{v}_{\perp\theta}(\mathbf{x})|} \right)^2$$

$O(\mathbf{x})$ — множество направлений θ , для которых имеется надёжное предсказание $\mathbf{v}_{\perp\theta}$

$$\frac{\sum_{\frac{-n-1}{2} \leq t \leq \frac{n-1}{2}} \left((a + \psi_\theta(\mathbf{x})t) - \phi_\theta(\mathbf{x}, t) \right)^2}{n}$$

— метрика доверия для $\psi_\theta(\mathbf{x})$ τ_l — порог доверия

n — количество рассматриваемых кадров, использовалось $n = 5$

Coarse-To-Fine Refinement

- Метод может верно определять только вектора, которые меньше половины длины волны фильтра
- Пирамидальное вычисление:

$$I^{k+1}(\mathbf{x}) = \left(S(g \cdot I^k) \right)(\mathbf{x})$$

S — оператор прореживания

$$R^k(\mathbf{x}) = (I^k \cdot G)(\mathbf{x})$$

g — фильтр Гаусса

- Деформация изображения перед уточнением на более высоком разрежении:

$$p^{k-1}(\mathbf{x}, t) = \phi^{k-1} \left(x - 2\mathbf{v}^k(\mathbf{x})(t_c - t), t \right)$$

$$t_c = \frac{(n+1)}{2}$$

Реализация на CUDA

- Преимущества GPU:
 - Быстрая реализация свёртки
 - Высокая пропускная способность шины
 - Интерполяция «на лету»
- Основные идеи:
 - Банк фильтров реализован с помощью библиотеки CUDA
 - Вычисление optical flow происходит за одно применение ядра к каждому пикселю изображения
 - Расчёт деформированного изображения основан на интерполяции, предоставляемой GPU
 - Конвейерная обработка

Результаты

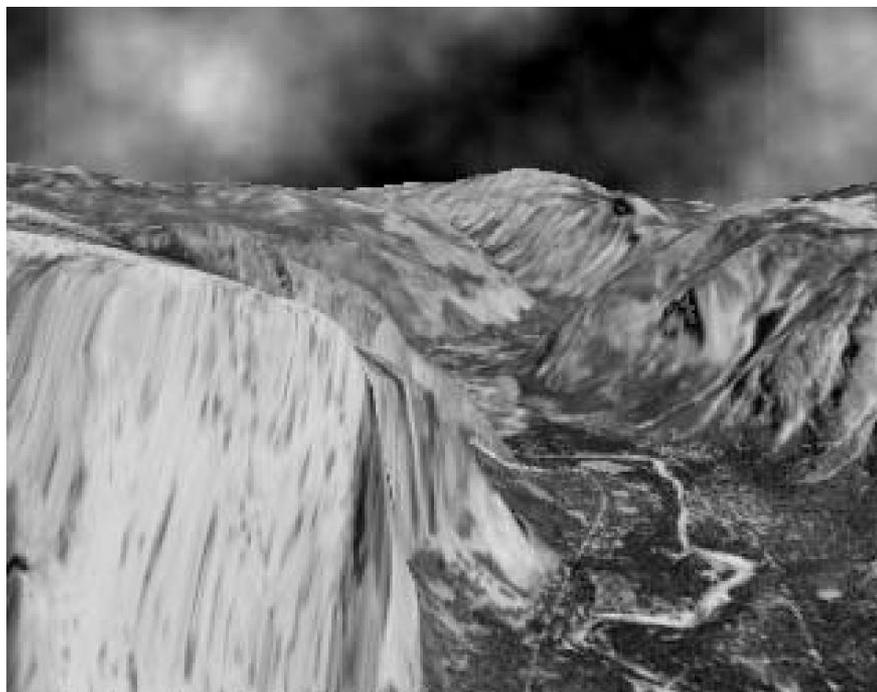
- GeForce 8800 GTX
- Измерения включают обмен данными между GPU и CPU

image resolution	320×256	640×512
Gabor pyramid	5.4	11.7
optical flow	2.4	8.9
total (msec)	7.8	20.6
frames per second	127.6	48.5

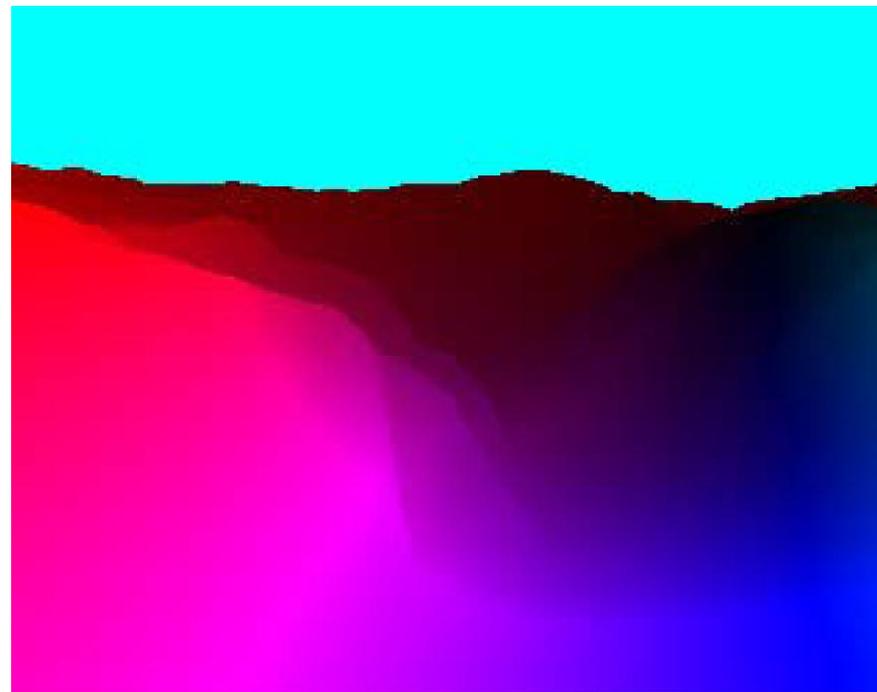
- Core 2 Quad 2.4 GHz
- Использовалось только одно ядро

image resolution	320×256	640×512
Gabor pyramid	0.1	0.5
optical flow	1.1	4.8
total (sec)	1.2	5.3
frames per second	0.8	0.2

Результаты

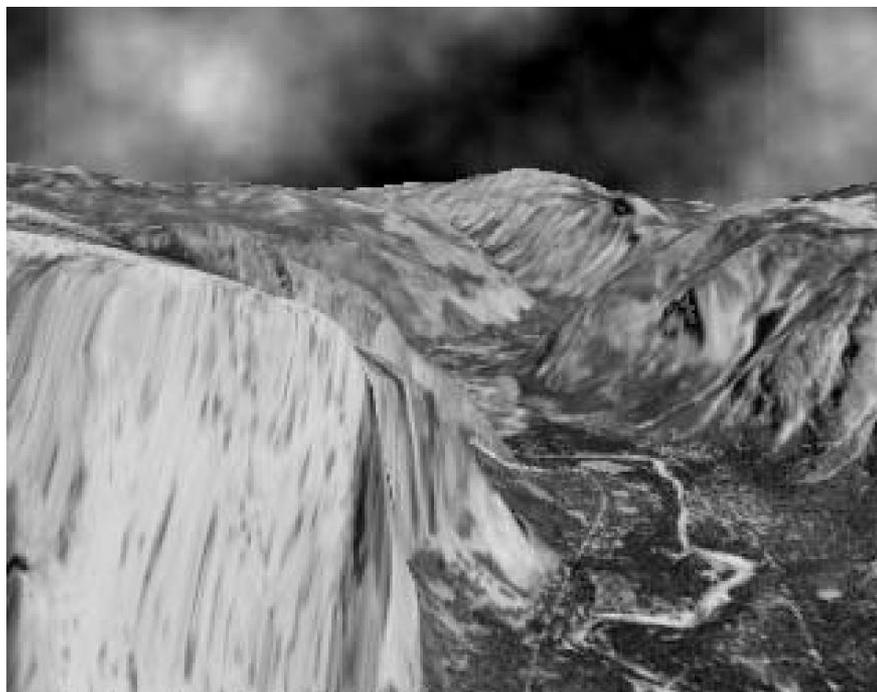


Исходный кадр



Ground truth

Результаты

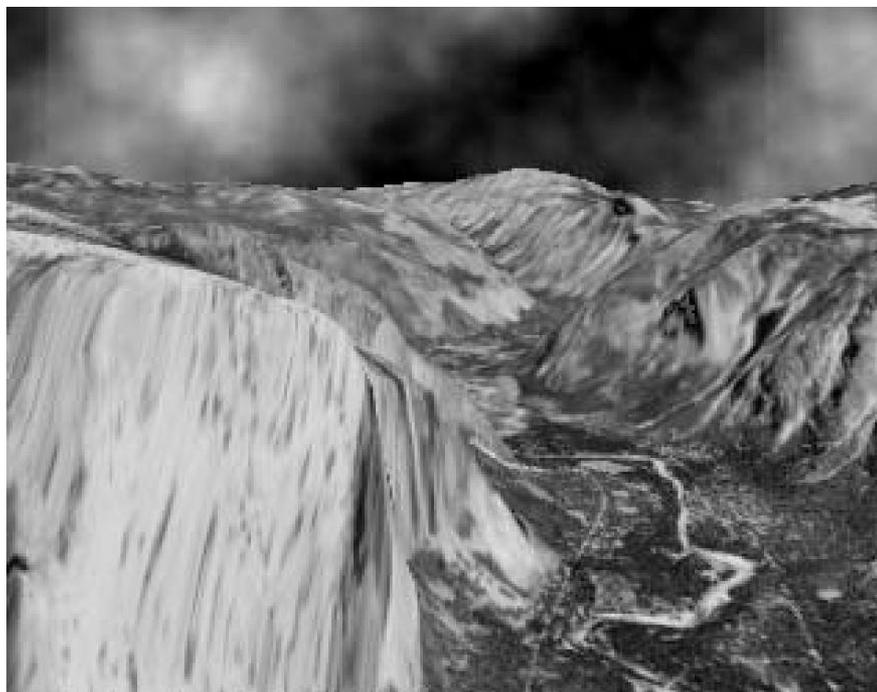


Исходный кадр

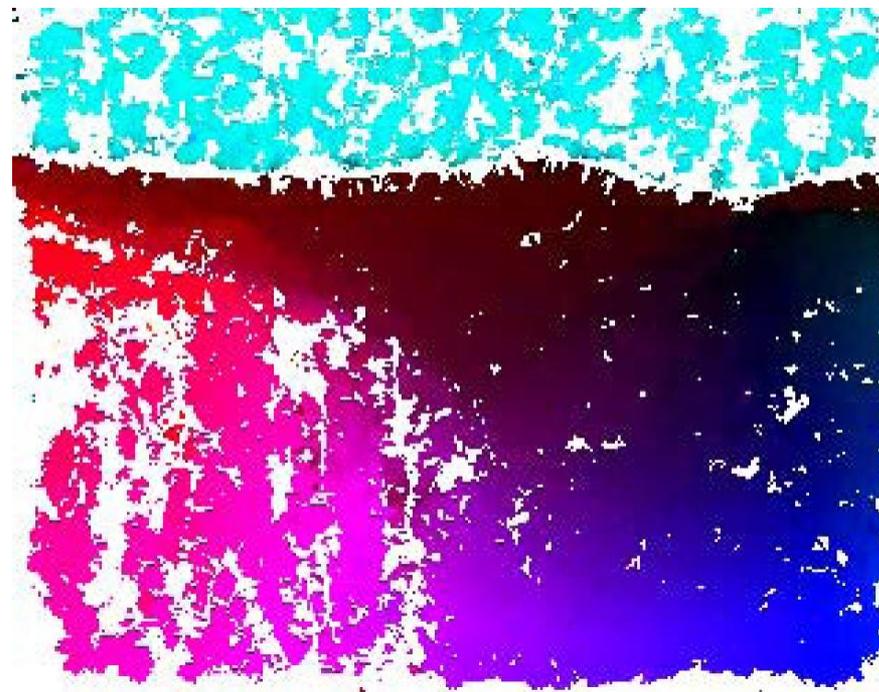


$$\tau_l = 0.02$$

Результаты

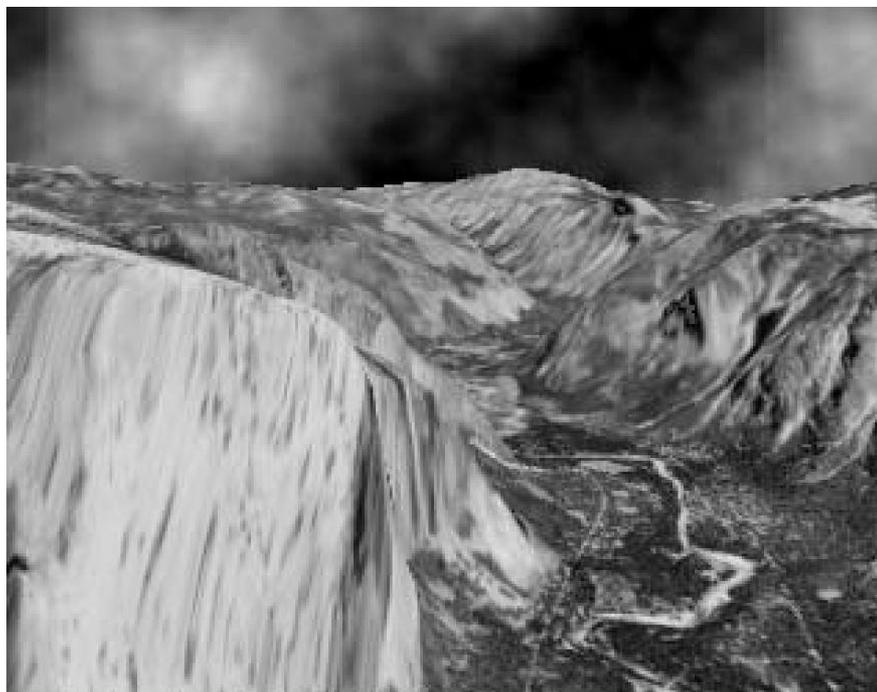


Исходный кадр



$$\tau_l = 0.05$$

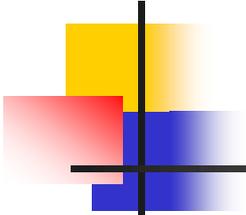
Результаты



Исходный кадр



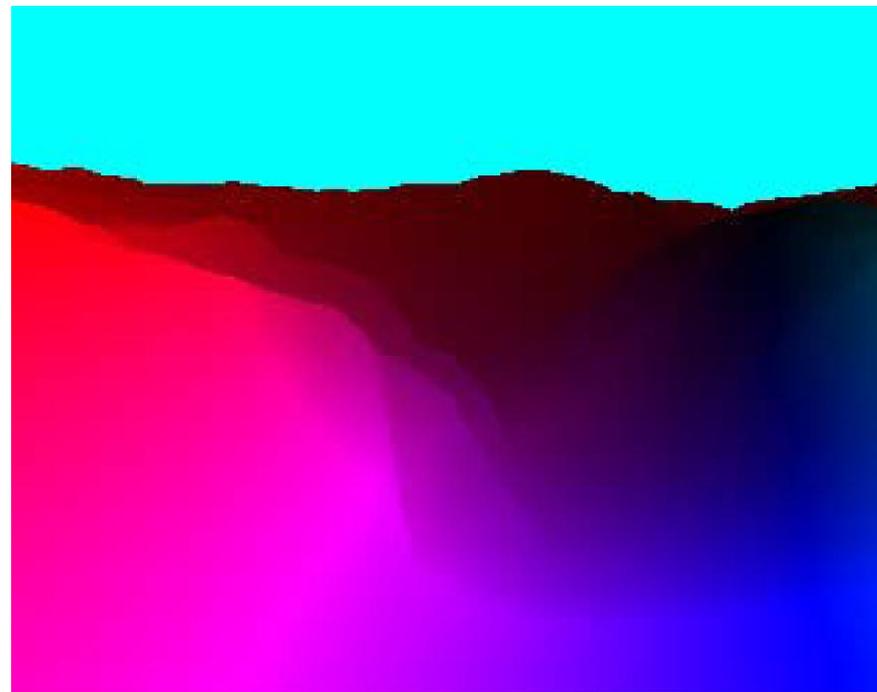
$\tau_l = 0.10$



Результаты



Исходный кадр



Ground truth

Результаты

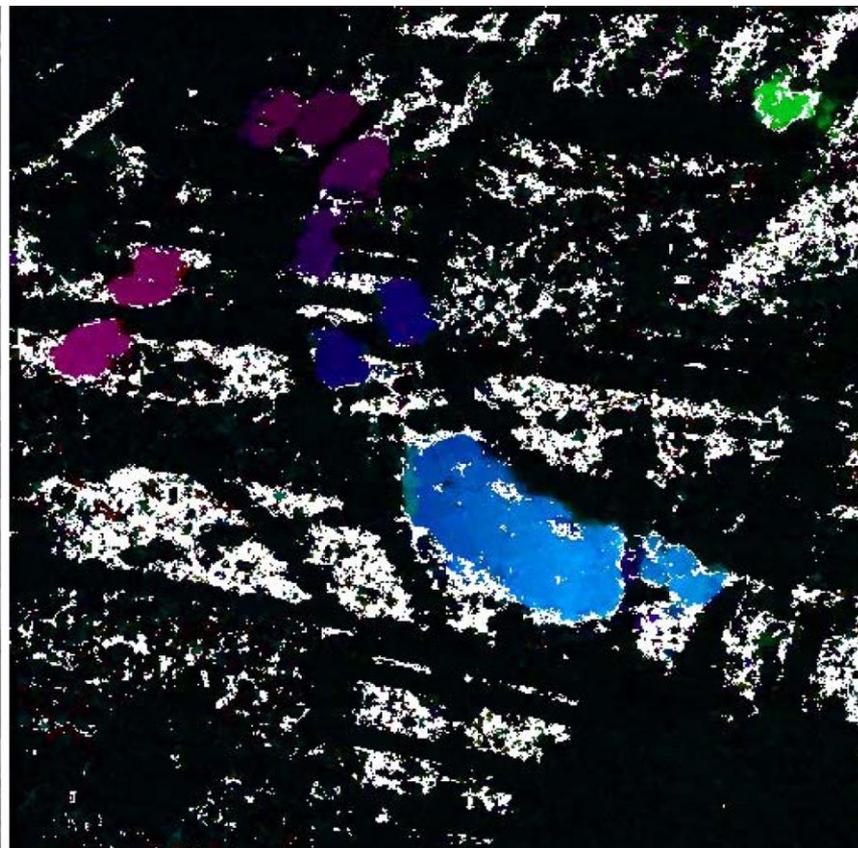
■ Phase-based

τ_l	without sky		with sky	
	AAE	density	AAE	density
0.02	2.09°	63 %	3.22°	54 %
0.05	2.35°	82 %	3.99°	76 %
0.10	2.67°	91 %	4.67°	88 %

■ Другие методы

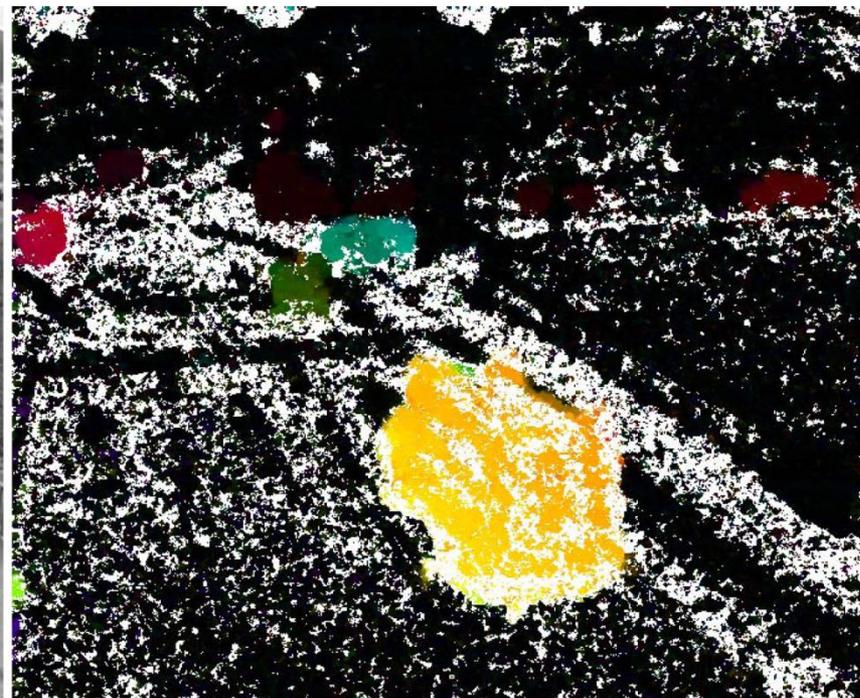
Method	AAE	STD
Horn-Schunck, mod. [2]	9.78	16.19
Uras et al. [2]	8.94	15.61
Alvarez et al. [1]	5.53	7.40
Mémin-Pérez [14]	4.69	6.89
GPU-RT	3.48	7.75
GPU	2.65	7.12
Brox et al. [6]	2.46	7.31
Bruhn et al. [8]	2.42	6.70

Результаты



Realtime phase-based optical flow on the GPU. K. Pauwels,
M. M. Van Hulle. IEEE Computer Society Conference on
Computer Vision and Pattern Recognition Workshops, 2008

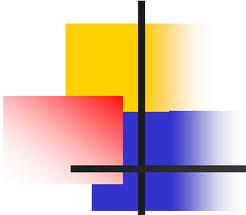
Результаты



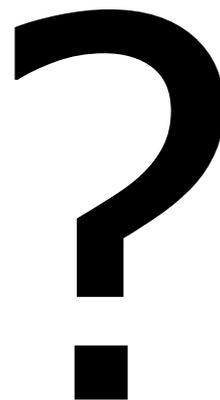
Realtime phase-based optical flow on the GPU. K. Pauwels,
M. M. Van Hulle. IEEE Computer Society Conference on
Computer Vision and Pattern Recognition Workshops, 2008

Список литературы

1. Optical flow estimation. Fleet, D. J. and Weiss, Y. The Handbook in Mathematical models for Computer Vision. N. Paragios, Y. Chen, and O. Faugeras, Springer, 2005
2. The Computation of Optical Flow. S. S. Beauchemin and J. L. Barron. ACM Computing Surveys, 1995
3. Performance of optical flow techniques. J. L. Barron, D. J. Fleet, and S. S. Beauchemin. International Journal of Computer Vision, 1994
4. Performance of Optical Flow Techniques on Graphics Hardware. M. Durkovic, M. Zwick, F. Obermeier, K. Diepold. IEEE International Conference on Multimedia and Expo, 2006
5. Towards ultimate motion estimation: combining highest accuracy with real-time performance. A. Bruhn, J. Weickert. IEEE International Conference on Computer Vision, 2005
6. GPU-Based Multigrid: Real-Time Performance in High Resolution Nonlinear Image Processing. H. Grossauer, P. Thoman. Computer Vision Systems, Springer Berlin, 2008
7. Realtime phase-based optical flow on the GPU. K. Pauwels, M. M. Van Hulle. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops, 2008



Вопросы



Лаборатория компьютерной графики и мультимедиа



Видеогруппа это:

- Выпускники в аспирантурах Англии, Франции, Швейцарии (в России в МГУ и ИПМ им. Келдыша)
- Выпускниками защищено 5 диссертаций
- Наиболее популярные в мире сравнения видеокодеков
- Более 3 миллионов скачанных фильтров обработки видео