

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОДСИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ВИДЕОДАНЫХ

Математическая модель, в широком смысле, это приближенное описание какого-либо класса явлений внешнего мира, выраженное с помощью математической символики. Применительно к задачам исследования качества системы математическая модель должна обеспечивать адекватное описание влияния параметров и условий функционирования на показатели ее качества. Что касается точности модели, то ее уровень должен обеспечивать достоверное сравнительное оценивание и ранжирование по уровню качества альтернативных вариантов построения системы.

В основе изучения и моделирования процессов функционирования технических систем всегда лежит эксперимент - реальный или логический. Суть реального эксперимента состоит в непосредственном изучении конкретного физического объекта. В ходе логического эксперимента свойства объекта исследуются не на самом объекте, а с помощью его математической или содержательной (словесной) модели, изоморфной объекту с точки зрения изучаемых при эксперименте свойств.

Подавая на вход системы различные входные процессы и измеряя процесс на ее выходе, исследователь получает возможность установить и записать математически существующую между ними связь в виде уравнения, связывающего для каждого интервала времени значения входных и выходных воздействий и потому называемого уравнением «вход-выход». Кроме того, для адекватного отражения связи между входом и выходом системы в системотехнике вводится понятие «состояние». По своему смыслу состояние $z(\tau)$ представляет собой совокупность существенных свойств (характеристик) системы, знание которых в настоящем (в момент времени τ) позволяет определить ее поведение в будущем (в

моменты времени $t > \tau$). Благодаря этому понятию, уравнение вход-выход-состояние принимает вид:

$$(2.1) Y_T = \mathbf{A}(T, z(\tau), X_T), \text{ где}$$

Y_T, X_T - входной и выходной процесс на интервале времени T ;

$\mathbf{A}(\cdot)$ - оператор выходов.

Согласно (2.1), выходной процесс полностью определяется входным процессом и начальным состоянием и не зависит от того, каким образом система была переведена в это состояние. Отсюда ясно, что уравнение (2.1) ограничивает класс рассматриваемых систем только системами без предыстории, т.е. такими системами, функционирование которых в настоящем не зависит от того, как они функционировали в прошлом (такой системой достаточно адекватно представим и ПСОПДС, ограничиваясь тем, что сеанс передачи ВД является независимым от предыдущих сеансов).

Для полного описания процесса функционирования системы необходимо задать условия определения состояния системы. Для этого вводится понятие уравнения состояния:

$$(2.2) z(t) = \mathbf{B}(\pi, z(\tau), X_\pi), \text{ где}$$

$\mathbf{B}(\cdot)$ - оператор, устанавливающий однозначную зависимость $z(t)$ от пары $(z(\tau), X_\pi)$, которая задана на интервале π , и называемый оператором перехода.

Уравнения (2.1) и (2.2) имеют достаточно логичное обобщение и на многомерный случай, когда каждая из компонент уравнений имеет векторный вид:

$$X \rightarrow \vec{X}, Y \rightarrow \vec{Y}, z \rightarrow \vec{Z}.$$

Таким образом, модель функционирования системы должна обеспечивать прогнозирование процесса функционирования на всем интервале функционирования T по заданному вектору начального состояния $\vec{Z}(\tau)$ и записанном в векторном виде входному процессу $\vec{X}(T)$. Согласно изложенному выше, для решения этой задачи достаточно задать множества допустимых значений

входных X и выходных Y процессов, а также множество возможных состояний системы Z и операторы выхода A и перехода B . Модель функционирования системы без предыстории представляет собой кортеж

$$(2.3) \mathbf{MF} = \langle T, X, Y, Z, A, B \rangle.$$

Если все компоненты в (2.3) известны, модель функционирования полностью определена и может быть использована для описания и изучения свойственных системе процессов функционирования. Множества и операторы, составляющие *общесистемную модель* (2.3), могут обладать различными свойствами, совокупность которых позволяет конкретизировать характер функционирования системы. Наделяя систему теми или иными свойствами общесистемная модель конкретизируется до *системной модели*.

Общесистемная и системные модели функционирования (в дальнейшем термин «модель функционирования» для краткости может заменяться термином «модель» с сохранением исходного смысла) обладают исключительно высокой степенью общности. Они, безусловно, необходимы для теоретических исследований и полезны, так как выявляют общие закономерности, присущие весьма широкому классу систем. Но в повседневной практической деятельности инженеры традиционно используют так называемые *конструктивные модели* - гораздо менее общие, но позволяющие производить конкретные вычисления. Конструктивные модели в сущности представляют собой алгоритмы, пользуясь которыми, можно определить значения одних переменных, характеризующих данную систему, по заданным или измеренным значениям других переменных. Однако между системными и конструктивными моделями нет противоречия. По мере накопления знаний о системе, уточнения и конкретизации ее свойств и характеристик системная модель естественным образом преобразуется в конструктивную. Следовательно, конструктивная модель может и должна закономерно вырастать из более общей системной модели. Такой - истинно системотехнический подход - представляется более обоснованным, чем априорное задание конструктивной модели

исследователем, использующим для этого лишь свою интуицию и субъективные представления о возможностях тех или иных математических схем.

Таким образом, наиболее важные и принципиальные этапы построения модели функционирования системы определяются процессом реализации системотехнической цепочки преобразований «общесистемная модель → системная модель → конструктивная модель».

Моделирование процессов функционирования конкретной системы должно начинаться с записи всех компонент общесистемной модели (2.3), определения их содержательного смысла и областей изменения. Согласно модели (2.3), необходимо определить: интервал времени, на котором нас интересует функционирование системы; множество входных и выходных воздействий и области их возможных изменений; множество характеристик состояния системы и область их возможных изменений.

Основная часть этих множеств и характеристик уже определена в первой главе. Интервал времени определяется режимом применения Подсистемы связи СОПД со сжатием (ПСОПДС)- это период работы СОПД в режиме непосредственной передачи цифровых изображений (далее видеоданных - ВД). Множество входных воздействий ограничено входным потоком ВД и вектором параметров алгоритма сжатия ВД. Множество выходных воздействий ограничено выходным потоком ВД. Области возможных изменений параметров алгоритма сжатия определяется самим алгоритмом сжатия, т.о. его можно считать заданным. Множество возможных ВД на входе ПСОПДС определяется множеством возможных цифровых изображений F , уточнение параметров, характеризующих F и множества возможных их значений является одной из частных задач исследования. Множество характеристик состояния системы и область их возможных изменений также целиком определяется множеством возможных параметров алгоритма сжатия.

Следующим этапом уточнения общесистемной модели является рассмотрение четырех основных альтернативных системных свойств: непрерывности - дискретности, линейности-нелинейности, стационарности-нестационарности и детерминированности-стохастичности.

В соответствии с назначением и характером входных и выходных воздействий ПСОПДС несомненно относится к дискретным системам. Наличие явно стохастического звена – Цифрового канала передачи данных (ЦКПД), позволяет отнести ПСОПДС к стохастическим системам. Поскольку ПСОПДС при фиксированном начальном состоянии одинаково реагирует на эквивалентные (отличающиеся только сдвигом во времени) входные воздействия, она относится к классу стационарных. Лишь от ответа на свойства линейности-нелинейности ПСОПДС однозначно сразу дать нельзя, уточнение этого системного свойства ПСОПДС также является одной из частных задач исследования.

Для дальнейшей конкретизации системной модели целесообразно рассмотреть существующие конструктивные модели подсистем со сжатием ВД.

Любой процесс преобразования формы энергии, обработки и регистрации сигнала сопровождается ошибками стохастически зависимого и независимого характера, которые в наиболее общей формулировке называются шумами. Наличие шума обуславливает вероятностный характер определения характеристик сигнала на выходе системы и, соответственно, вероятностный характер определения сквозных характеристик системы.

Принятые в настоящее время для использования на практике методики априорной оценки частных и комплексных показателей качества СОПД основаны на модели, предполагающей линейность и изопланарность всех элементов сквозного информационного тракта (СИТ), а также статистическую независимость шумов. В рамках этих моделей справедливо достаточно широкое применение в настоящее время находят такие показатели погрешности сжатия как дисперсия шума или среднеквадратическое отклонение (СКО), отношение сигнал/шум (ОСШ) и

разрешающая способность. Использование последнего показателя на основе критерия Джонсона [Ллойд Дж. Системы тепловидения. М.: Мир, 1978] позволяет связать субъективный показатель информативности ВД (вероятность обнаружения или классификации объекта на репродукции) с энтропийными характеристиками информационной емкости. Использование в качестве показателя степени искажений ОСШ или СКО позволяет также осуществить вполне корректный переход от значений спектральных характеристик сигнала и шума к оценке субъективного качества посредством зависимостей, полученных Ллойдом.

Более адекватные модели предполагают наличие среди элементов СИТ нелинейных звеньев, предполагающих попиксельное нелинейное преобразование, линеаризуемое посредством фиксации средней яркости входных изображений и разложения в ряд Тейлора с целью использования в рамках общей линеаризованной модели.

Характер шумов, возникающих в процессе сжатия-восстановления и передачи по каналу связи в научно-технической достаточно хорошо изучен для широкого круга методов кодирования с потерями, однако практически отсутствуют исследования шумов ПСОПДС со сжатием на основе исследуемых гибридных методов. Также практически не исследован вопрос линейности или линеаризуемости операторов преобразования, реализуемых гибридными методами сжатия с преобразованием. Поэтому на начальном этапе построения конструктивной математической модели и разработки показателей погрешности сжатия необходимо получить ответы на следующие вопросы:

-насколько адекватно отражают показатели погрешности кодирования СКО и ОСШ субъективное качество видеоданных, т.е. насколько адекватна аддитивно-шумовая модель кодека;

-справедлив ли критерий Джонсона для СИТ, имеющих в своем составе кодер на основе исследуемых методов, т.е. насколько адекватна линейная модель кодека;

-какое влияние на качество видеоданных оказывают ошибки (шумы) цифрового канала передачи данных (ЦКПД).

В случае невозможности использования существующих моделей ПСОПДС необходимо будет разработать более адекватную новую модель.

Как отмечалось выше, в основе изучения и моделирования процессов функционирования систем всегда лежит эксперимент - реальный или логический. Безусловно, ПСОПДС со сжатием ВД позволяет производить исследование на любом из этих уровней, поскольку алгоритм функционирования этой дискретной системы априорно известен: стохастическое звено (ЦКПД) формализовано в качестве модели в рамках постановки задачи, а алгоритмы кодека строго детерминированы. Однако использование логического эксперимента, результатом которого будет чрезвычайно точная конструктивная модель (на уровне математических формул алгоритмов преобразования числовых данных) для априорного исследования качества ПСОПДС, где основной задачей является задача анализа, вряд ли будет оправдана. Поэтому в рамках инженерной точности более целесообразным представляется изучение свойств ПСОПДС на основе реального эксперимента с тем лишь отличием, что вместо модели аппаратной реализации кодека будет использоваться его программная реализации, а ЦКПД будет реализовываться элементарным программным генератором ошибок, применяемым к сжатому коду ВД.

Кроме того, учитывая физическую независимость реализации процессов кодирования-декодирования сообщений и передачи сигналов по радиоканалу, модель ПСОПДС целесообразно представить в виде последовательной композиции трех операторов - кодирования (сжатия), передачи по ЦКПД и декодирования, а свойства каждого из операторов исследовать в условиях «замораживания» двух других. Потому построение модели ПСОПДС будет проводиться в три этапа: построение (выбор) моделей кодера, ЦКПД и декодера.

В ходе исследования существующих моделей или построения новой математической модели ПСОПДС целесообразно учитывать следующие требования:

1. Возможность использовать модель ПСОПДС в качестве составного звена модели суперсистемы (СОПД).
2. Необходимость учета дискретности, стационарности и стохастичности процесса функционирования ПСОПДС.
3. Адекватность описания процессов преобразования ВД при их передаче в пределах инженерной точности (10÷15%).
4. Относительная простота использования модели и определения параметров модели.

Основными программными реализациями алгоритмов сжатия, исследуемых в диссертационном исследовании будут алгоритмы JPEG V.1.2/ / (программный пакет Images Incorporated V.3.0 (Iterated Systems, Inc.), вейвлет-преобразования в базисах Хаар и Doubechies 4, 6 (в дальнейшем - соответственно алгоритмы WIC-N(D4, D6) (Wavelet Image Coding)). Кроме того, в рамках психофизического эксперимента исследовался алгоритм фрактального сжатия (в дальнейшем - алгоритм FIF, программная реализация- пакет Images Incorporated V.3.0 (Iterated Systems, Inc.), не исследующийся в дальнейшем по причине чрезвычайной вычислительной сложности процедуры кодирования и поэтому не рассматривающийся в качестве базового алгоритма бортового кодера.